

2026 年度 北海学園大学 工学部
一般編入学・転入学試験

以下の試験は、受験者なしのため公表していません。

[I 期]

社会環境工学科
建築学科

[II 期]

建築学科
電子情報工学科
生命工学科

**2026 年度 北海学園大学 工学部
一般編入学・転入学試験**

試験科目：英語

電子情報工学科 [Ⅰ期]

生命工学科 [Ⅰ期]

社会環境工学科 [Ⅱ期]

著作権等の問題から公開していません。

2026 年度 北海学園大学 工学部
一般編入学・転入学試験

(試験問題)

電子情報工学科 [I 期]

試験科目：数学（微分積分学、線形代数学）

問題用紙 (試験終了後、回収)

試験科目	参照許可物
数学(微分積分学、線形代数学)	一切の参照不可

問題 1. 関数 $y = \tan x$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $y = \tan^{-1}x$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = \tan^{-1}x$ に対し, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$ であることを示せ。
- (2) 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ $(-1 < x < 1)$ のマクローリン級数が, $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$ で与えられることを示せ。
- (3) 関数 $g(x) = \tan^{-1}x$ $(-1 < x < 1)$ をマクローリン展開せよ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

- (1) 不定積分 $\int \frac{1}{x^3+1} dx$ を計算せよ。
- (2) 累次積分 $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{1}{x^3+1} dx$ の値を求めよ。

問題 3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & -4 \\ -1 & -1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, 線形変換 $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を $f(x) = Ax$ とし, 線形変換 $f^2: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を

$f^2(x) = f(f(x))$ と定める。次の問いに答えよ。ただし, 線形変換 $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ に対し, $\text{im } \varphi$ は φ の像 $\{\varphi(x) \mid x \in \mathbb{R}^n\}$ を表し, $\ker \varphi$ は φ の核 $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \varphi(x) = 0\}$ を表すものとする。

- (1) A^2 を求めよ。
- (2) $\ker f^2$ の次元と 1 組の基底を求めよ。
- (3) $\text{im } f \cap \ker f$ の次元と 1 組の基底を求めよ。

問題 4. 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 1 & -7 & 3 \\ 2 & -10 & 4 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) A が正則であるかどうかを判定せよ。
- (2) A の固有値をすべて求めよ。また, 各固有値に対する固有空間の 1 組の基底を求めよ。
- (3) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような 3 次正則行列 P を 1 つ挙げよ。また, その P に対し $P^{-1}AP$ を答えよ。

以上

解答・解答例

試験科目

数 学(微分積分学、線形代数学)

問題 1.

(1) $x = \tan y$ であるので, 逆関数の微分により,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\left(\frac{dx}{dy}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos^2 y}\right)} = \frac{1}{1 + \tan^2 y} = \frac{1}{1 + x^2}$$

(2) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$ は初項 1, 公比 $-x^2$ の等比級数の和であり, $-1 < x < 1$ のとき $-1 < -x^2 \leq 0$ であるので,

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n = \frac{1}{1 - (-x^2)} = \frac{1}{1 + x^2} = f(x)$$

(3) (1) と (2) より, $-1 < x < 1$ において,

$$g(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt = \int_0^x \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n t^{2n} \right) dt = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\int_0^x (-1)^n t^{2n} dt \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$$

解答・解答例

試験科目
数学(微分積分学、線形代数学)

問題 2.

(1) $x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$ であり,

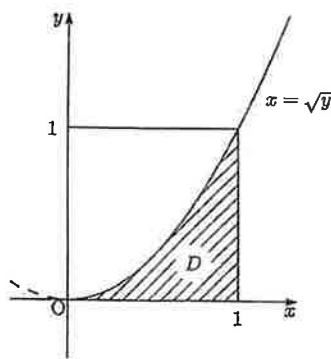
$$\frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

を満たす定数 a, b, c を求めると, $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{1}{3}$, $c = \frac{2}{3}$ である。よって,

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x^3+1} dx &= \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x+1} + \frac{-x+2}{x^2-x+1} \right) dx \\ &= \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2x-1}{x^2-x+1} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x^2-x+1} \right) dx \\ &= \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2-x+1)'}{x^2-x+1} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \right) dx \\ &= \frac{1}{3} \log|x+1| - \frac{1}{6} \log|x^2-x+1| + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + C \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

(2)

領域 D を左図のように定めると,



$$\begin{aligned} \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{1}{x^3+1} dx &= \iint_D \frac{1}{x^3+1} dx dy \\ &= \int_0^1 dx \int_0^{x^2} \frac{1}{x^3+1} dy \\ &= \int_0^1 \left[\frac{y}{x^3+1} \right]_0^{x^2} dx \\ &= \int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx \\ &= \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{(x^3+1)'}{x^3+1} dx \\ &= \frac{1}{3} \left[\log|x^3+1| \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{3} \log 2 \end{aligned}$$

解答・解答例

試験科目

数学(微分積分学、線形代数学)

問題 3.

(1)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -9 & 0 & -18 & -9 \\ 2 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

(2) $f^2(x) = f(f(x)) = f(Ax) = A^2x$ である。(1) より,

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -9 & 0 & -18 & -9 \\ 2 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 8 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

であり, $\ker f^2$ の元は,

$$\begin{pmatrix} -2c_2 - c_3 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (c_1, c_2, c_3 \text{ は実数})$$

と書けるので, $\ker f^2$ の基底として $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ が取れ, 次元は 3.

(3) $y \in \operatorname{im} f \cap \ker f$ とすると, $y \in \operatorname{im} f$ より, $f(x) = y$ であるような $x \in \mathbb{R}^4$ が存在し, $y \in \ker f$ より,

$$f^2(x) = f(f(x)) = f(y) = 0 \text{ であり, } x \in \ker f^2 \text{ である. (2) より, } x = \begin{pmatrix} -2c_2 - c_3 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \quad (c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}) \text{ と書けるので,}$$

$$y = f(x) = f\left(\begin{pmatrix} -2c_2 - c_3 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 - 2c_3 \\ 3c_1 + 3c_2 - 6c_3 \\ -c_1 - c_2 + 2c_3 \\ c_1 + c_2 - 2c_3 \end{pmatrix} = (c_1 + c_2 - 2c_3) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

と書ける。よって, $\operatorname{im} f \cap \ker f$ の基底として $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ が取れ, 次元は 1 である。

解答・解答例

試験科目

数学(微分積分学、線形代数学)

問題 4.

(1)

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 1 & -7 & 3 \\ 2 & -10 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 0 & -12 & 6 \\ 0 & -20 & 10 \end{vmatrix} = 60 \begin{vmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 60 \begin{vmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

より, A は正則ではない。

(2)

$$|xE_3 - A| = \begin{vmatrix} x+1 & 5 & -3 \\ -1 & x+7 & -3 \\ -2 & 10 & x-4 \end{vmatrix} = x^3 + 4x^2 + 4x = x(x+2)^2$$

より, 固有値は $\alpha = -2, 0$ 。 $\alpha = -2$ のとき

$$\alpha E_3 - A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -3 \\ -1 & 5 & -3 \\ -2 & 10 & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

より, $(\alpha E_3 - A)x = 0$ の解空間の基底として, $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ を取ることができ, これは固有値 -2 の固有空間

の基底である。

 $\alpha = 0$ のとき

$$\alpha E_3 - A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 \\ -1 & 7 & -3 \\ -2 & 10 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

より, $(\alpha E_3 - A)x = 0$ の解空間の基底として, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を取ることができ, これは固有値 0 の固有空間の基底で

ある。

$$(3) (2) \text{ より, } P = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ とすれば, } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ となる。}$$

以上

試験問題出題意図

試験科目

数 学(微分積分学、線形代数学)

いずれの問題も微分積分学および線形代数学における基礎的な定義・性質の理解や、工学部の授業を受ける際に必要な計算力および記述式による論理性を評価するものである。

問題1は、逆三角関数の微分と積分、およびマクローリン展開の計算についての理解度を測る問題である。

(1)では、逆関数の微分法を適切に用いることができるかを評価する。

(2)と(3)では、マクローリン展開についての理解度を評価する。(2)では等比級数、(3)では収束半径内での項別積分を用いれば簡単に導出できる。高階導関数を計算し、テイラーの定理から導くこともできるが、その場合は数学的帰納法による高階導関数の決定や、剰余項の収束についての議論が必要となる。

問題2は、1変数関数および2変数関数の積分の計算能力を測る問題である。

(1)では、分数関数の積分に部分分数分解を用いること、および、逆正接関数を用いた積分が適切に行えるかが評価される。

(2)では、累次積分における積分の順序交換が適切に行えるかが評価される。また、(1)の結果を用いて、順序交換を行わずに解くこともできるが、計算は煩雑になる。

問題3は、行列の基本的な計算、および、部分空間の基底の計算についての理解度を測る問題である。

(1)では、行列の積が適切に計算できるかを評価する。

(2)では、行列の簡約化を用いて、解空間の基底が適切に計算できるかを評価する。

(3)では、与えられた部分空間の元の一般形を、計算により導出することができるかを評価する。解答例のように(2)を利用して求めることもできるが、 $\text{im } f$ の元を A の4つの列ベクトルの1次結合として表し、それが $\ker f$ に含まれるときの条件を計算することで求めてもよい。

問題4は、行列が正則となることの条件、および、行列の固有値や固有空間の基底の計算とその応用についての理解度を測る問題である。

(1)では、行列が正則になることの条件を理解しているかが評価される。

(2)では、行列の固有値と固有空間の基底の計算が適切に行えるかが評価される。

(3)では、(2)の結果を用いて、行列の対角化を適切に行えるかが評価される。

2026 年度 北海学園大学 工学部
一般編入学・転入学試験

(試験問題)

生命工学科 [I 期]

試験科目：数学（線形代数学）

問題用紙 (試験終了後, 回収)

試験科目	参照許可物
数学(線形代数学)	一切の参照不可

問題1 以下の連立一次方程式について、次の問いに答えよ。

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 2x + 4y + 3z = 9 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

- (1) この連立方程式を行列形式 $Ax = b$ で表せ。
- (2) 掃き出し法により解を求めよ。

問題2 行列 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 行列式を求めよ。
- (2) この行列が正則であるための条件、および正則であるときの逆行列を求めよ。

問題3 $\mathbb{R}^3$ のベクトル $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 、および $\{v_1, v_2, v_3\}$ で生成される $\mathbb{R}^3$ の部分空間 W について、次の問いに答えよ。

- (1) v_1, v_2, v_3 が一次独立であるか判定せよ。
- (2) W の基底を求めよ。

問題4 行列 $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ について、次の問いに答えよ

- (1) 固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) 変換行列 P を作成し、対角化せよ。

令和 8 年度 北海学園大学 工学部生命工学科 編入学・転入学(第 I 期)試験

解 答 用 紙						採 点
試 験 科 目	受 験 番 号					氏名
数 学 (線形代数学)						

問題 1

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$(2) x=1, y=1, z=1$$

問題 2

$$(1) ad-bc$$

$$(2) \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, ad-bc \neq 0$$

問題 3

$$(1) W \text{ の任意のベクトルは } c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ とかける。また } \mathbf{0} \text{ とおいたとき、} c_1 = c_2 = c_3 = 0 \text{ 以外の解がなければ一次独立。}$$

$$\text{これを解くと、} c_1 + c_3 = 0, c_2 + c_3 = 0 \text{ となり、} c_1 = t \text{ とおくと、} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ が得られる。}$$

$$\text{元の式に戻して移項すると } t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ とでき、} \mathbf{v}_3 \text{ は } \mathbf{v}_1 \text{ と } \mathbf{v}_2 \text{ 一次結合で表現できることから } \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3 \text{ は一次独立ではない。}$$

$$(2) \text{同様に調べると、} \mathbf{v}_1 \text{ と } \mathbf{v}_2 \text{ は一次独立であるため、} W \text{ の基底は } \mathbf{v}_1 \text{ と } \mathbf{v}_2$$

問題 4

$$(1) |A - \lambda E| = 0 \text{ を解くと、} \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda) - (3-\lambda) = (3-\lambda)\{(2-\lambda)^2 - 1\} = (3-\lambda)^2(1-\lambda)$$

$$\lambda = 1, 3 \text{ (重解)}$$

$$(i) \lambda = 1 \text{ のとき}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ を満たす } x, y, z \text{ を求めればよい。与式から } z = 0, x + y = 0 \text{ なので、} x = t \text{ とおくと } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ -t \\ 0 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(ii) \lambda = 3 \text{ のとき}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ より、} z = \text{任意、} x = y \text{ となり、} x = s, z = t \text{ とおくと } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ は一次独立。}$$

$$\text{従って、固有値 } \lambda = 1, 3, \text{ 固有ベクトル } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ として}$$

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (掃き出し法)}$$

$$P^{-1}AP = \lambda E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(別解)$$

$$\text{行列式 } \det A \text{ と余因子行列 } D \text{ をもとめて、} P^{-1} = \frac{1}{\det P} D^T \text{ で求めてもよい。}$$

試験問題出題意図

試験科目

数学(線形代数学)

- 問題1 行列による連立一次方程式の表現理解を確認する。
掃き出し法(ガウス・ジョルダン消去法)を用いた、基本変形に慣れているかを問う。
- 問題2 基本的な行列式の定義を理解しているか確認する。
正則行列の条件(行列式 $\neq 0$)を理解しているか確認する。
- 問題3 ベクトルの一次独立性の概念を理解しているか確認する。
部分空間の基底を求める過程で、冗長な生成元を見抜く力を評価する
- 問題4 固有値・固有ベクトル計算の基本を確認する。
固有値の重複に際して固有ベクトルを複数求める力を試す。
行列の対角化を通じて、線形代数学の応用的理解を評価する。

2026 年度 北海学園大学 工学部
一般編入学・転入学試験

(試験問題)

社会環境工学科 [Ⅱ期]

試験科目：数学（微分積分学、線形代数学）

問 題 用 紙 (試験終了後, 回収)

試 験 科 目	参 照 許 可 物
数 学(微分積分学、線形代数学)	一切の参照不可

1. 以下の問いに答えよ

(1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ とするとき, $C = AB$ で定義される行列 C を求めよ.

(2) $A = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ とするとき, $A^t A$ を求めよ. ただし, t は転置を表すものとする.

(3) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ とするとき, $C = A - 2B$ で定義される行列 C を求めよ.

2. 次の行列 A について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

(1) 行列式 $|A|$ を求めよ.

(2) A の逆行列 A^{-1} の要素を A^{-1}_{ij} で表すとき, A^{-1}_{13}, A^{-1}_{22} の値を余因子を用いて求めよ.

3. 次の行列 A について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の固有値を λ で表す. このとき固有値 λ を全て求めよ.

(2) 行列 A の固有ベクトルを全て求めよ.

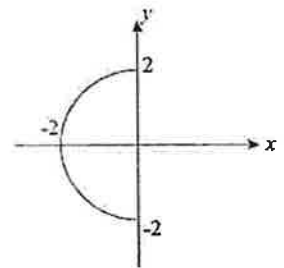
4. 図のような x - y 平面上に次式で表される半径2の半円上と半円の内で定義された平面領域 R がある.

$$x^2 + y^2 = 2^2 \quad \{-2 \leq x \leq 0, -2 \leq y \leq 2\}$$

$\int_R xy^2 dA$ を計算するとき, 以下の問いに答えよ

(1) 平面領域 R における x の積分範囲を y を用いて示せ.

(2) $\int_R xy^2 dA$ を計算して値を求めよ.



5. $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - 1$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ

(2) $f(x,y) = 0$ によって定められた陰関数 $y = g(x)$ の極値, および極値を与える x の値を全て求めよ.

(3) (2) で求めた y の全ての極値について, これらが極大値か極小値かを判定せよ.

令和8年度 北海学園大学工学部 編入学・転入学(第Ⅱ期)試験

解 答 ・ 解 答 例			採 点
試 験 科 目	受 験 番 号	氏 名	
数 学 (微分積分学、線形代数学)			

1.

(1)

$$C = AB = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 + 0 \cdot 2 \\ 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 + 25 + 0 \\ 6 + 15 + 4 \\ 4 + 20 + 10 \end{pmatrix}$$

$$\therefore C = \begin{pmatrix} 29 \\ 25 \\ 34 \end{pmatrix}$$

(2)

$A'A$ を B で表すと

$$B = A'A = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = (a^2 + b^2)$$

$$\therefore B = (a^2 + b^2)$$

(3)

$$C = A - 2B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2-2 & 3-(-4) \\ 1-(-6) & 4-4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore C = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

令和 8 年度 北海学園大学工学部 編入学・転入学(第Ⅱ期)試験

解 答 ・ 解 答 例			採 点
試 験 科 目	受 験 番 号	氏 名	
数 学 (微分積分学、線形代数学)			

2.

(1)

サラスの方法を用いて

$$\begin{aligned}
 |A| &= 2 \cdot 1 \cdot 6 + 5 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \cdot 1 - 5 \cdot 3 \cdot 6 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \\
 &= 12 + 10 + 0 - 0 - 90 - 16 \\
 &= -84
 \end{aligned}$$

(2)

正方行列 A の余因子行列の要素 $\tilde{A}_{ij}$ は行列 A の i 行と j 列の要素を除いた行列 A'_{ij} を用いて次式で定義される.

$$\tilde{A}_{ij} = (-1)^{i+j} |A'_{ji}|$$

上式に従って本問の逆行列算定に必要な余因子行列の要素 $\tilde{A}_{13}$ と $\tilde{A}_{22}$ 計算すると

$$\tilde{A}_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times (10 - 0) = 10$$

$$\tilde{A}_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 1 \times (12 - 0) = 12$$

A の逆行列 A^{-1} は余因子行列 $\tilde{A}$ を用いて次式で表される

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A}$$

よって先に求めた余因子行列の要素 $\tilde{A}_{13}$ と $\tilde{A}_{22}$ の結果を用いて

$$A_{13}^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A}_{13} = \frac{1}{-84} \times 10 = -\frac{10}{84} = -\frac{5}{42} = -0.119$$

$$A_{22}^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A}_{22} = \frac{1}{-84} \times 12 = -\frac{12}{84} = -\frac{1}{7} = -0.1428$$

解 答 ・ 解 答 例			採 点
試 験 科 目	受 験 番 号	氏 名	
数 学 (微分積分学、線形代数学)			

3.

(1)

固有値を1, 単位行列をEで表して固有方程式を作ると,

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 3 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore (2-\lambda)(4-\lambda)-3=0$$

固有方程式を解くと

$$(2-\lambda)(4-\lambda)-3=0$$

$$8-2\lambda-4\lambda+\lambda^2-3=0$$

$$\lambda^2-6\lambda+5=0$$

$$(\lambda-5)(\lambda-1)=0$$

$$\therefore \lambda=5, \lambda=1$$

よって固有値は5と1になる.

(2)

固有ベクトルを $p=(x_1, y_1)^t$ で表す. ただし, t は転置を表す.

ここで $\lambda=1$ のとき

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = 0 \text{ or } \begin{cases} x_1 - y_1 = 0 \\ 3x_1 - 3y_1 = 0 \end{cases}$$

$x_1 = \alpha$ とすると $y_1 = \alpha$ なので, 固有ベクトルは任意の値 α を用いて

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

同様に $\lambda=5$ のとき

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = 0 \text{ or } \begin{cases} -3x_1 + y_1 = 0 \\ 3x_1 - y_1 = 0 \end{cases}$$

$x_1 = \beta$ とすると $y_1 = 3\beta$ なので, 固有ベクトルは任意の値 β を用いて

$$\beta \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

解 答 ・ 解 答 例			採 点
試 験 科 目	受 験 番 号	氏 名	
数 学 (微分積分学、線形代数学)			

4.

(1)

点 (x, y) を含む領域を考えると $dA = dx dy$ となるので、

$$xy^2 dA = xy^2 dx dy$$

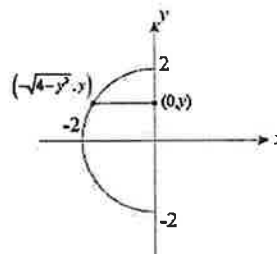
x から先に積分することを考える. x 方向の積分を考えると、領域が半径2の半円なので x の積分範囲は任意の y に対して次のように定まる.

$$x^2 + y^2 = 2^2$$

$$x = \pm \sqrt{4 - y^2}$$

$$\text{条件から } x \leq 0 \text{ なので, } x = -\sqrt{4 - y^2} \quad \therefore -\sqrt{4 - y^2} \leq x \leq 0$$

また、このとき、 y の積分範囲は $-2 \leq y \leq 2$ となる.



(2)

(1) の結果を用いて問題の積分は次のように書き換えて計算できる.

$$\begin{aligned}
 \int_R xy^2 dA &= \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^0 xy^2 dx dy \\
 &= \int_{-2}^2 \left[\frac{x^2}{2} y^2 \right]_{-\sqrt{4-y^2}}^0 dy = \int_{-2}^2 \left(\frac{0^2}{2} y^2 - \frac{(-\sqrt{4-y^2})^2}{2} y^2 \right) dy = \int_{-2}^2 \left(-\frac{4-y^2}{2} y^2 \right) dy \\
 &= \int_{-2}^2 \left(-\frac{y^4}{2} + y^2 \right) dy = \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} y^5 + \frac{1}{3} y^3 \right]_{-2}^2 = \left[-\frac{1}{10} y^5 + \frac{1}{3} y^3 \right]_{-2}^2 \\
 &= \left[-\frac{1}{10} 2^5 + \frac{1}{3} 2^3 \right] - \left[-\frac{1}{10} (-2)^5 + \frac{1}{3} (-2)^3 \right] \\
 &= \left[-\frac{32}{10} + \frac{16}{3} \right] - \left[-\frac{32}{10} + \frac{16}{3} \right] = \frac{64}{10} - \frac{32}{3} = \frac{192 - 320}{30} = -\frac{128}{30} = -\frac{64}{15}
 \end{aligned}$$

解 答 ・ 解 答 例			採 点
試 験 科 目	受 験 番 号	氏 名	
数 学(微分積分学、線形代数学)			

5.

(1)

$$f(x,y)=x^2+xy+y^2-1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=2x+y \quad \dots(1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=2y+x \quad \dots(2)$$

(2)

$$\begin{cases} f(x,y)=0 \\ \frac{\partial f}{\partial x}=0 \end{cases} \quad \text{の解を求めると} \quad \begin{cases} x^2+xy+y^2-1=0 \quad \dots(3) \\ 2x+y=0 \quad \dots(4) \end{cases}$$

$$(4) \text{ から } y=-2 \dots (5)$$

式 (5) を式(3)に代入してできる x の方程式を解くと

$$x^2+x(-2x)+(-2x)^2-1=0$$

$$-2x^2+4x^2-1=0$$

$$3x^2-1=0$$

$$\therefore x=\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

よって式(5)を用いて,

$$x=\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow y=-\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$x=-\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow y=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

すなわち, $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ が極値の座標となる。

(3)

(1)式を用いて

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2 \quad \dots(6)$$

(1)(6)式から,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}}{\frac{\partial f}{\partial y}} = \frac{2}{x+2y} \dots (7)$$

(7) を用いて

$$\left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=\frac{1}{\sqrt{3}}, y=-\frac{2}{\sqrt{3}}} = -\frac{2}{-\frac{1}{\sqrt{3}}+2\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)} = -\frac{2}{\frac{3}{\sqrt{3}}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} < 0 \rightarrow \text{極大}$$

$$\left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=-\frac{1}{\sqrt{3}}, y=\frac{2}{\sqrt{3}}} = -\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{3}}+2\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)} = -\frac{2}{-\frac{3}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} > 0 \rightarrow \text{極小}$$

となるのが分かる。

試験問題出題意図

試験科目	担当教員
数 学(微分積分学、線形代数学)	

「1」～「3」は線形代数学からの出題である。線形代数学では社会環境工学の様々な場面で用いる行列について、その取扱いに関する能力を問う問題を出題した。

「1」は基本的な行列の演算能力を確認する問題、「2」は行列の扱いの基礎となる逆行列の算定に関する問題である。「2」は逆行列の算定方法のうち、余因子行列を利用する方法について、(1)で行列式を求め、(2)ではそれを用いて逆行列の要素を算出する問題とした。同一計算の繰返しとなるため、対角要素と対角以外の要素の2要素だけ求めるようにした。社会環境工学の複雑な現象の理解には固有値・固有ベクトルが必要となることから、「3」はそれらを求める問題とした。

「4」、「5」は線形代数学からの出題である。微分積分学も社会環境工学の多くの場面で用いることとなる多変数関数の扱いに関して、多変数関数の微分と積分の基礎力を確認する問題を出題した。

「4」は定義された領域の2重積分の計算問題であり、(1)は平面領域Rにおける積分範囲を求める問題、(2)は実際に積分を計算する問題とした。「5」は陰関数の極値を扱う問題で偏微分の理解を求める計算問題とした。(1)は偏微分の演算能力の確認を目的とし、(2)(3)で偏微分の応用の一つである陰関数の極値を求める能力を確認することを目的とした。